4°) Dans cette question, on prend $t=1$.

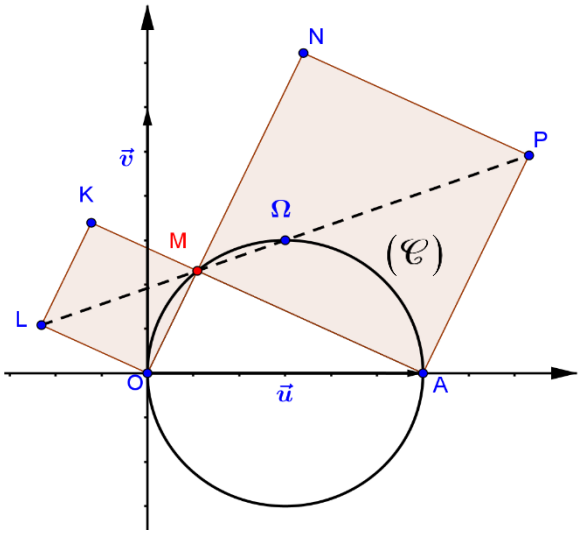
a) Vérifier que $I \in P_1$.

b) En déduire l'intersection de P_1 et S.

5°) Dans cette question, on prend $t=\dfrac{1}{e}$. Montrer que $P_{\frac{1}{e}}$ coupe S suivant un cercle C dont on précisera le centre H et le rayon r.

EXERCICE N°3 : | 30' | 5 points

Dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère le point A d'affixe 1, $(\mathscr{C})$ le cercle de diamètre $[OA]$, M un point variable du cercle $(\mathscr{C})$ tels que $\left(\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MA}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ et $OMKL$ est un carré de sens direct. On pose Z_M, Z_L, Z_K, les affixes respectives des points M, L, K.



1°) a) Calculer $\left|\dfrac{Z_L}{Z_M}\right|$ et $\left|\dfrac{Z_K}{Z_M}\right|$.

b) Vérifier que $\arg\left(\dfrac{Z_L}{Z_M}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$, et $\arg\left(\dfrac{Z_K}{Z_M}\right)\equiv\dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

c) Écrire alors $\dfrac{Z_L}{Z_M}$ et $\dfrac{Z_K}{Z_M}$ sous forme exponentielle.

d) En déduire que $Z_L=iZ_M$ et $Z_K=(1+i)Z_M$.

2°) Soit Z_P et Z_N les affixes respectives des points P et N tels que : $Z_P=-iZ_M+1+i$ et $Z_N=(1-i)Z_M+i$.

Montrer que le quadrilatère $MAPN$ est un carré.

3°) a) Montrer que P et L sont symétriques par rapport à un point fixe Ω que l'on précisera.

b) Vérifier que le point Ω appartient à $(\mathscr{C})$.

4°) a) Montrer que $Z_K-Z_\Omega=(1+i)\left(Z_M-\dfrac{1}{2}\right)$ et que $Z_N-Z_\Omega=(1-i)\left(Z_M-\dfrac{1}{2}\right)$.

b) Montrer que $\dfrac{aff\overrightarrow{\Omega K}}{aff\overrightarrow{\Omega N}}=i$.

c) En déduire la nature exacte du triangle ΩNK.

Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn